**Zadanie 1. Dokumentacja: Implementacja algorytmu gradientu prostego**

**Artem Kukushkin, 317140**

**1. Opis implementowanych algorytmów**

W ramach tego projektu zaimplementowano algorytm gradientu prostego do minimalizacji funkcji celu. Algorytm ten iteracyjnie aktualizuje wartości wektora zmiennych decyzyjnych w kierunku przeciwnym do gradientu funkcji celu, zgodnie ze wzorem:

A white page with black text

AI-generated content may be incorrect.

Algorytm został zaprojektowany tak, aby można było zastosować go do różnych funkcji celu. W implementacji wykorzystano bibliotekę **autograd** do obliczania gradientów.

**Warunki stopu**

Aby uniknąć nieskończonej liczby iteracji, algorytm kończy działanie, gdy spełniony zostanie jeden z warunków:

* Norma gradientu jest mniejsza od zadanej tolerancji ϵ\epsilon,
* Osiągnięta została maksymalna liczba iteracji.

**2. Opis planowanych eksperymentów numerycznych**

Aby zbadać skuteczność algorytmu gradientu prostego, przeprowadzono eksperymenty dla trzech różnych funkcji celu:

1. **Funkcja kwadratowa:**

A black and white math equation

AI-generated content may be incorrect.

Jest to funkcja wypukła o minimum globalnym w punkcie (0,0)(0,0).

1. **Funkcja Rosenbrocka:**

A math equation with numbers

AI-generated content may be incorrect.

Znajduje szeroką dolinę prowadzącą do minimum globalnego w punkcie (1,1)(1,1), co czyni ją trudnym problemem optymalizacyjnym.

1. **Funkcja Ackleya:**

A math equation with a number of letters

AI-generated content may be incorrect.

Funkcja ta posiada wiele minimów lokalnych, a jej globalne minimum znajduje się w punkcie (0,0)(0,0).

Dla każdej z funkcji przetestowano różne wartości początkowe x0:

[−1.2, 1.0], [−2, 2], [−5, 5], [2, 2], [0, 0], [−10, 10], [100, −100]

Eksperymenty miały na celu zbadanie wpływu wyboru początkowego punktu na zbieżność algorytmu oraz jego skuteczność w minimalizacji funkcji.

1. **Opis uzyskanych wyników**

**X0 = [-1.2, 1.0]**A graph with numbers and lines

AI-generated content may be incorrect.

**Wyniki dla różnych wartości x0:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x0 | Funkcja kwadratowa | Funkcja Rosenbrocka | Funkcja Ackleya |
| [−1.2,1.0] | [−3.84⋅10^7, 3.20⋅10^−7] 0.868s | [0.992, 0.984] 2.698s | [−0.968, 0.968], 0.102s |
| [−2, 2] | [−3.53⋅10^−7, 3.53⋅10^−7] 0.894s | [0.989, 0.978] 2.722s | [−1.974, 1.974], 0.091s |
| [−5, 5] | [−3.53⋅10^−7, 3.53⋅10^−7] 1.061s | [−2.693, 7.284] 2.666s | [−4.986, 4.986], 0.090s |
| [2, 2] | [3.53⋅10^−7, 3.53⋅10^−7] 0.878s | [1.032, 1.066], 2.737s | [1.974, 1.974], 0.099s |
| [0, 0] | [0, 0], 0.002s | [0.994, 0.989], 2.890s | [nan, nan], 3.681s |
| [−10, 10] | [−3.53⋅10^−7, 3.53⋅10^−7] 1.005s | [−4, 15.956], 2.657s | [−9.995, 9.995], 0.085s |
| [100, −100] | [1.838, −1.838], 1.084s | [0.106, −0.010] 2.612s | [100, -100], 0.000s |

**Analiza wyników**

* **Funkcja kwadratowa** – algorytm dobrze radził sobie z minimalizacją niezależnie od wartości x0.
* **Funkcja Rosenbrocka** – gradient prosty miał trudności z dojściem do optymalnego rozwiązania dla dużych wartości x0, co wynika z jej specyfiki.
* **Funkcja Ackleya** – wartości x0 = [0, 0] i x0 = [100, −100] pokazały problemy numeryczne i brak zbieżności.

**4. Wnioski z przeprowadzonych badań**

1. Zbieżność algorytmu zależy od wyboru funkcji celu i punktu startowego.
2. Gradient prosty może nie radzić sobie dobrze z funkcjami o wielu minimach lokalnych (Ackley).
3. Dla funkcji Rosenbrocka algorytm często kończy w lokalnym minimum zamiast w optymalnym punkcie (1, 1).
4. Dobre wartości początkowe przyspieszają zbieżność, ale nie eliminują problemu utknięcia w minimum lokalnym.